Лекция 1. Введение

Курбацкий А. Н.

МШЭ МГУ

11 сентября 2020

Содержание

1. Знакомство, обратная связь, правила игры
2. Список литературы, полезные ссылки
3. Место предмета в программе обучения экономистов
4. Вероятность случайного события на ЕГЭ
5. Основные правила комбинаторики

Знакомство

Курбацкий Алексей Николаевич - к.ф.-м.н., доцент кафедры Эконометрики и математических методов экономики МШЭ МГУ

Знакомство

Курбацкий Алексей Николаевич - к.ф.-м.н., доцент кафедры Эконометрики и математических методов экономики МШЭ МГУ

Важно!

По срочным вопросам писать akurbatskiy@campus.mse-msu.ru

Правила игры

- КР1 20 баллов
- КР2 20 баллов
- КР3 20 баллов
- Коллоквиум 20 баллов
- Работа в семестре 20 баллов

Правила игры

- КР1 20 баллов
- КР2 20 баллов
- КР3 20 баллов
- Коллоквиум 20 баллов
- Работа в семестре 20 баллов
- По итогам семестра можно получить автомат!

Правила игры

- КР1 20 баллов
- КР2 20 баллов
- КР3 20 баллов
- Коллоквиум 20 баллов
- Работа в семестре 20 баллов
- По итогам семестра можно получить автомат!
- Экзамен (теория+задачи)

Замечание

На экзамен допускаются все желающие, но автоматы при этом пропадают.

Правила игры

- КР1 20 баллов
- КР2 20 баллов
- КР3 20 баллов
- Коллоквиум 20 баллов
- Работа в семестре 20 баллов
- По итогам семестра можно получить автомат!
- Экзамен (теория+задачи)

Замечание

На экзамен допускаются все желающие, но автоматы при этом пропадают.

Шкала оценок

- УДОВЛ 55-69
- ХОР 70-85
- ОТЛ 85-...

Содержание

1. Знакомство, обратная связь, правила игры
2. Список литературы, полезные ссылки
3. Место предмета в программе обучения экономистов
4. Вероятность случайного события на ЕГЭ
5. Основные правила комбинаторики

Список литературы

[1] **Айвазян С.А., Мхитарян В.С.** Прикладная статистика и основы эконометрики: Учебник для вузов. М.:ЮНИТИ, 1988. 1022 с.
[2] **Тюрин Ю.Н., Макаров А.А., Симонова Г.И.** Теория вероятностей: Учебник для экономических и гуманитарных специальностей. М.: МЦНМО, 2009. 256 с.
[3] **Тюрин Ю.Н., Макаров А.А., Высоцкий И.Р., Ященко И.В.** Теория вероятностей и статистика. Экспериментальное учебное пособие для 10-11 классов общеобразовательных учреждений. М.: МЦНМО, 2014. 248 с.
[4] **Фадеева Л.Н., Лебедев А.В.** Теория вероятностей и математическая статистика: Учебное пособие. М.: Рид Групп, 2011. 496 с.
[5] **Ивашев-Мусатов О. С.**, Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: ФИМА, 2003. - 224 с.

Ссылки

- сайт кафедры ЭММЭ mse.msu.ru/emme
- https://obr.1c.ru/mathkit/virtlab/files/models

Содержание

1. Знакомство, обратная связь, правила игры
2. Список литературы, полезные ссылки
3. Место предмета в программе обучения экономистов
4. Вероятность случайного события на ЕГЭ
5. Основные правила комбинаторики

Место предмета

$\boxed{\text{МАТАН + ЛИНАЛ}}$

ТВиМС

Эконометрика

Место предмета

$\boxed{\text{МАТАН + ЛИНАЛ}}$

ТВиМС

Эконометрика

Это пригодится при изучении предметов

Статистика, Теория игр, Микро и макроэкономика, Теория страхования, Управление финансовыми рисками.....

Цель (в идеале)

• ознакомление с основными концепциями теории вероятностей и прикладной статистики,

• раскрытие роли вероятностно-статистического инструментария в экономических исследованиях,

• демонстрация математической обоснованности ряда процедур вероятностного и статистического анализа и понимание границ их применимости.

О чём эта наука?

- Теория вероятностей – наука, которая описывает и изучает случайные явления.
- Случайными явлениями называют те, окончание или результат которых невозможно предсказать заранее.

О чём эта наука?

- Теория вероятностей – наука, которая описывает и изучает случайные явления.
- Случайными явлениями называют те, окончание или результат которых невозможно предсказать заранее.
- Но их возможные окончания указать можно. Можно даже говорить о вероятности, с которой может произойти тот или иной результат. Знание вероятности случайного события часто дает нам возможность принимать обоснованные решения.
- Чтобы случайные явления стали объектами точной науки, понятию о вероятности нужно придать математическую форму. Поэтому первыми понятием будет случайный эксперимент.

Замечание

Слово эксперимент будет употребляться в расширенном смысле, даже когда речь идет о случайных процессах в природе или обществе.

Примеры

- При бросании монеты заранее неизвестно, на какую сторону она упадет. Но возможных результата только два и вероятность выпадения орла или решки одинакова.
- Если кидать бутерброд с маслом, то возможных окончаний тоже два, но их вероятности различны! Бутерброд обычно падает маслом вниз.

Примеры случайных экспериментов, проводимых человеком:

- выбор объекта для обследования в социологических, медицинских и других исследованиях или при контроле качества продукции;
- измерение той или иной величины, скажем, срока жизни изделия или расстояния, которое сможет проехать автомобиль на десяти литрах бензина.
- бросание жребия, например, игральной кости или монеты;

Примеры случайных экспериментов, проводимых человеком:

- выбор объекта для обследования в социологических, медицинских и других исследованиях или при контроле качества продукции;
- измерение той или иной величины, скажем, срока жизни изделия или расстояния, которое сможет проехать автомобиль на десяти литрах бензина.
- бросание жребия, например, игральной кости или монеты;

Примеры природных и социальных случайных явлений:

- формирование погоды в определенное время в определенном месте;
- землетрясения и извержения вулканов;
- социальные или экономические процессы: рождаемость и смертность, занятость населения, показатели инфляции, цены и т. д.

Содержание

1. Знакомство, обратная связь, правила игры
2. Список литературы, полезные ссылки
3. Место предмета в программе обучения экономистов
4. Вероятность случайного события на ЕГЭ
5. Основные правила комбинаторики

Что такое вероятность?

Определение

Пусть множество исходов опыта составляет n равновероятных событий. Из них m штук благоприятствуют событию A, а остальные с ним несовместны, тогда вероятность события A называется число

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

Ошибка Д'Аламбера

Задача

Монету бросают два раза. Какова вероятность, что хотя бы раз появится "орёл"?

Ошибка Д'Аламбера

Задача

Монету бросают два раза. Какова вероятность, что хотя бы раз появится "орёл"?

Решение

У нас всего четыре равновероятных исхода: орел-орел, орел-решка, решка-орел и решка-решка. Три из них нашему условию удовлетворяют, поэтому вероятность равна 3/4.

Ошибка Д'Аламбера

Задача

Монету бросают два раза. Какова вероятность, что хотя бы раз появится "орёл"?

Решение

У нас всего четыре равновероятных исхода: орел-орел, орел-решка, решка-орел и решка-решка. Три из них нашему условию удовлетворяют, поэтому вероятность равна 3/4.

Он думал, что эта вероятность равна 2/3. Он рассуждал, что орел может появиться при первом бросании, либо при втором, либо совсем не появится. Таким образом подходят два из трех возможных исходов. Д'Аламбер был первооткрывателем и не догадался, что эти исходы не равновозможны.

Статистическая вероятность

- Какова вероятность встретить на улице крокодила? 1/2? Как проверить?

Статистическая вероятность

- Какова вероятность встретить на улице крокодила? 1/2?
  Как проверить?
- **Вопрос.** Как вы думаете, какова вероятность рождения мальчика?

Статистическая вероятность

- Какова вероятность встретить на улице крокодила? 1/2?
  Как проверить?
- **Вопрос.** Как вы думаете, какова вероятность рождения мальчика?
  Статистика показывает, что эта вероятность равна 0.514!

Статистическая вероятность

- Какова вероятность встретить на улице крокодила? 1/2?
  Как проверить?
- **Вопрос.** Как вы думаете, какова вероятность рождения мальчика?
  Статистика показывает, что эта вероятность равна 0.514!
- **Вопрос.** Как формируется стоимость полиса КАСКО?

Статистическая вероятность

- Какова вероятность встретить на улице крокодила? 1/2?
  Как проверить?
- **Вопрос.** Как вы думаете, какова вероятность рождения мальчика?
  Статистика показывает, что эта вероятность равна 0.514!
- **Вопрос.** Как формируется стоимость полиса КАСКО?
  Определяем вероятность попадания вашей машины в аварию и среднюю стоимость ремонта. И не забываем, что страховым нужны ещё деньги для функционирования.

Статистическая вероятность

- Какова вероятность встретить на улице крокодила? 1/2? Как проверить?
- **Вопрос.** Как вы думаете, какова вероятность рождения мальчика? Статистика показывает, что эта вероятность равна 0.514!
- **Вопрос.** Как формируется стоимость полиса КАСКО? Определяем вероятность попадания вашей машины в аварию и среднюю стоимость ремонта. И не забываем, что страховым нужны ещё деньги для функционирования.
- **Вопрос.** Вы приходите в метро в случайный момент и едете на поезде, который придет первым. И оказывается, что в одну сторону вы садитесь чаще, чем в другую?

Развитие науки

- Теория вероятностей, как наука, начала развиваться в XVII веке при решении различных задач игрового и прикладного характера. Её создателями можно назвать французских математиков Ферма и Паскаля, голландского математика Гюйгенса, швейцарского математика Бернулли.

Развитие науки

- Теория вероятностей, как наука, начала развиваться в XVII веке при решении различных задач игрового и прикладного характера. Её создателями можно назвать французских математиков Ферма и Паскаля, голландского математика Гюйгенса, швейцарского математика Бернулли.
- Их первые исследования были связаны с "азартными играми". Позже вероятностные методы нашли практическое применение в страховании и демографии.

Развитие науки

- Теория вероятностей, как наука, начала развиваться в XVII веке при решении различных задач игрового и прикладного характера. Её создателями можно назвать французских математиков Ферма и Паскаля, голландского математика Гюйгенса, швейцарского математика Бернулли.
- Их первые исследования были связаны с "азартными играми". Позже вероятностные методы нашли практическое применение в страховании и демографии.
- Успешное приложение вероятностных методов способствовало её развитию. Первая, так называемая, "предельная" теорема, установившая связь между теорией и практикой была доказана Я. Бернулли.

Развитие науки

- Теория вероятностей, как наука, начала развиваться в XVII веке при решении различных задач игрового и прикладного характера. Её создателями можно назвать французских математиков Ферма и Паскаля, голландского математика Гюйгенса, швейцарского математика Бернулли.
- Их первые исследования были связаны с "азартными играми". Позже вероятностные методы нашли практическое применение в страховании и демографии.
- Успешное приложение вероятностных методов способствовало её развитию. Первая, так называемая, "предельная" теорема, установившая связь между теорией и практикой была доказана Я. Бернулли.
- В XVIII-XIX веках развитие теории вероятностей продолжилось в работах французских математиков Лапласа и Пуассона, английского математика Муавра, немецкого математика Гаусса.

А что же наши?

- А наши не отставали, догоняли и даже обгоняли!
- В России первые исследования были сделаны к середине XIX века. Н.И. Лобачевский, М.В. Остроградский и особенно М.В.Буняковский фактически ознакомили отечественных математиков с новой теорией и способствовали её успешному развитию.

А что же наши?

- А наши не отставали, догоняли и даже обгоняли!
- В России первые исследования были сделаны к середине XIX века. Н.И. Лобачевский, М.В. Остроградский и особенно М.В.Буняковский фактически ознакомили отечественных математиков с новой теорией и способствовали её успешному развитию.
- В XIX и начале XX веков выдающуюся роль для развития теории вероятностей сыграл П.Л.Чебышёв и его ученики А.А. Марков и А.М. Ляпунов. После их работ к началу XX века теорию вероятностей стали называть "русской наукой"!

А что же наши?

- А наши не отставали, догоняли и даже обгоняли!
- В России первые исследования были сделаны к середине XIX века. Н.И. Лобачевский, М.В. Остроградский и особенно М.В.Буняковский фактически ознакомили отечественных математиков с новой теорией и способствовали её успешному развитию.
- В XIX и начале XX веков выдающуюся роль для развития теории вероятностей сыграл П.Л.Чебышёв и его ученики А.А. Марков и А.М. Ляпунов. После их работ к началу XX века теорию вероятностей стали называть "русской наукой"!
- Наибольшее развитие и окончательное оформление как математической науки теория вероятностей получила в работах советских математиков А.Н. Колмогорова, Б.П.Гнеденко, А.Я. Хинчина и их многочисленных учеников. УРА!

Содержание

1. Знакомство, обратная связь, правила игры
2. Список литературы, полезные ссылки
3. Место предмета в программе обучения экономистов
4. Вероятность случайного события на ЕГЭ
5. Основные правила комбинаторики

Зачем нужна комбираторика?

Ключевым понятием теории вероятностей является *случайный эксперимент* и его возможные исходы.

Если число возможных исходов случайного эксперимента конечно, для описания всех подобных исходов или какой-то их части оказываются полезны правила комбинаторики.

- правило умножения;
- правило перестановок;
- правило сочетаний;
- правило размещений.

Правило перестановок

Правило перестановок позволяет найти число способов упорядочивания n объектов (предметов).

Определение

Число перестановок n объектов равно произведению:
$n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$.

Такое произведение натуральных чисел от 1 до n называют *факториалом числа n* ("эн"-факториал) и обозначают $n!$.

Правило сочетаний

Правило сочетаний позволяет узнать сколькими способами можно выбрать из n объектов k объектов. При этом порядок выбора этих объектов не существенен.

Определение

Число способов выбрать из n объектов k объектов или другими словами число сочетаний из n по k равно:

$$\frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot (n-k+1)}{k!}.$$

Число сочетаний из n по k кратко можно записать в следующем виде:

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

Правило размещений

Правило размещений позволяет вычислить сколькими способами можно разместить n объектов на k позиций. При этом сами позиции считаются упорядоченными или другими словами занумерованными.

Определение

Число размещений n объектов по k упорядоченным позициям равно: $n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot (n-k+1)$.

Число размещений n по k кратко можно записать в следующем виде:

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$