Линейная алгебра
Коллоквиум 5. Часть 1

ФИО, группа, дата					
1	2	3	4	5	Оценка

ВАРИАНТ 1

1. Идемпотентные операторы. Свойства.

2. В $\mathbb{R}^4$ подпространство W задано двумя векторами $w_1 = (1, 0, 3, 5)$ и $w_2 = (1, 3, 0, -1)$. Перпендикулярен ли подпространству W вектор $v = (-3, 1, 1, 0)$?

3. Пусть $\Theta = \begin{pmatrix} \Theta_1 \\ \Theta_2 \\ \Theta_3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 21 & -3 & 7 \end{pmatrix}$ и $G = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -2 & 4 & 0 \\ 3 & 0 & 7 \end{pmatrix}$

   Для функции $A(\Theta) = \Theta^T G\, \Theta - B\Theta$ найти $\dfrac{\partial A}{\partial \Theta}$.

4. Привести уравнение эллипса

$$18x + 17x^2 - 18y + 16xy + 17y^2 - 175 = 0$$

   к каноническому виду. Сделать соответствующий рисунок. ⟨ *ОТВЕТ:* $(-1, 1)$ — *центр, полуоси 5 и 3* ⟩

5. Представить матрицу $\begin{pmatrix} 17 & 8 \\ 8 & 17 \end{pmatrix}$ в виде $D^T \cdot D$, где D — симметрическая. ⟨ *ОТВЕТ:* $\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ ⟩

Линейная алгебра
Коллоквиум 5. Часть 2

ФИО, группа, дата					
1	2	3	4	5	Оценка

ВАРИАНТ 1

1. Найти разложение Холецкого для матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 53 & 30 \\ 1 & 30 & 18 \end{pmatrix}$.

   ⟨ *ОТВЕТ:* $L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 7 & 0 \\ 1 & 4 & 1 \end{pmatrix}$. ⟩

2. В пространстве $\mathbb{R}^4$ подпространство W задано векторами $\overrightarrow{w_1} = (1, 2, 3, 4)$, $\overrightarrow{w_2} = (8, 7, 6, 5)$ и $\overrightarrow{w_3} = (9, 10, 11, 12)$. Задать W уравнениями.

3. Для модели Леонтьева с матрицей затрат $A = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.4 \\ 0.5 & 0.2 \end{pmatrix}$:

   выяснить продуктивна ли матрица A;

   найти конечный продукт Y, если валовый выпуск $X = \begin{pmatrix} 140 \\ 100 \end{pmatrix}$;

   найти валовый выпуск X, при котором конечный продукт $Y = \begin{pmatrix} 52 \\ 104 \end{pmatrix}$.

   ⟨ *ОТВЕТ:* $Y = (86, 10)$, $X = (160, 230)$ ⟩

4. В пространстве $\mathbb{R}^3$ подпространство W задано векторами $\overrightarrow{w_1} = (1, -1, 0)$, $\overrightarrow{v_2} = (2, 0, 1)$ и $\overrightarrow{w_2} = (1, 1, 1)$. Разложить вектор $\overrightarrow{a} = (6, 0, 0)$ в сумму $\overrightarrow{a_0} + \overrightarrow{a_\perp}$. ⟨ *ОТВЕТ:* $\overrightarrow{a} = (5, -1, 2) + (1, 1, -2)$ ⟩

5. В пространстве $\mathbb{R}^3$ подпространство W задано базисом, состоящим из векторов $\overrightarrow{v_1} = (1, -1, 0)$ и $\overrightarrow{v_2} = (2, 0, 1)$. Найти матрицу ортогонального проектора на подпространство W, найти ее ранг и собственные числа. ⟨ *ОТВЕТ:* $\begin{pmatrix} 5/6 & -(1/6) & 1/3 \\ -(1/6) & 5/6 & 1/3 \\ 1/3, 1/3, 1/3 & & \end{pmatrix}$ ⟩