Примеры задач вступительного экзамена по экономической теории. Раздел "Микроэкономика".

1. Рассмотрите школьника, которому в месяц родители выдают $m = 4000$ д.е. (и никаких других доходов он не имеет). Часть денег он тратит на покупку чипсов в супермаркете «5 элемент», а остаток - на все остальные товары и услуги. (Будем считать, что чипсы продаются на развес, и поэтому можно купить, например, 1,75 упаковки чипсов.) Каждый месяц школьник расходует выданные ему деньги полностью.

(а) По случая Нового года в январе в магазине школьнику выдали карточку, позволяющую получить 6 упаковок чипсов бесплатно. Карточка не подлежит продаже. Цена одной упаковки чипсов составляет 100 д.е. Выпишите уравнение бюджетной линии и схематично изобразите в пространстве благ.

(б) В феврале супермаркет предложил школьнику купить за 200 д.е. карточку постоянного покупателя. Эта карточка позволяет получить 4 упаковки чипсов. Покупки сверх этого количества чипсов оплачиваются по цене 50 д.е. (каждая упаковка). Выпишите аналитически уравнение бюджетной линии и схематично изобразите в пространстве благ.

(в) Предположим, известно, что в январе школьник вынес из магазина 10 упаковок чипсов. Если поведение школьника согласуется со слабой аксиомой выявленных предпочтений, то что можно сказать о том, как изменилось его благосостояние в феврале по сравнению с январем? Обоснуйте свой ответ и приведите графическую иллюстрацию.

Решение.

(а) Пусть x_1 – объем потребления чипсов (в упаковках), а x_2 – расходы на все остальные товары и услуги, в д.е.. Уравнение бюджетной линии: $\begin{cases} x_2 = 4000,\ 0 \le x_1 \le 6 \\ 100(x_1 - 6) + x_2 = 4000,\ 6 < x_1 \le 46 \end{cases}$.

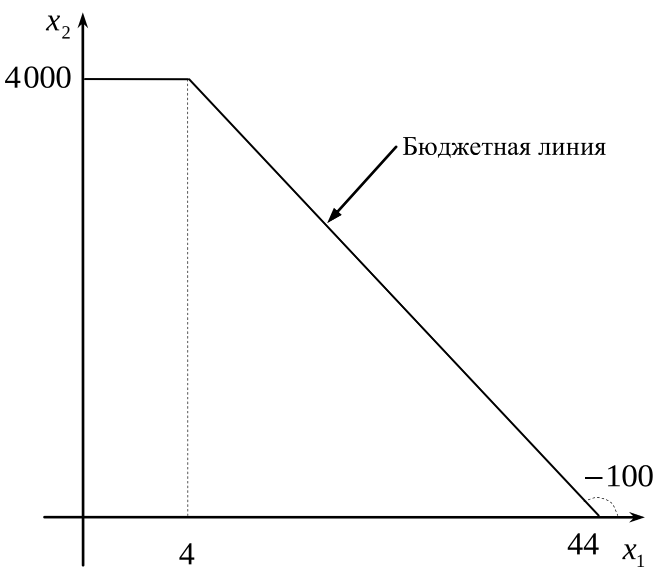


Рис. 1

(б) Уравнение бюджетной линии: $\begin{cases} x_2 = 4000, x_1 = 0 \\ x_2 = 3800, 0 < x_1 \le 4 \\ 50(x_1 - 4) + x_2 = 4000 - 200, 4 < x_1 \le 80 \end{cases}$.

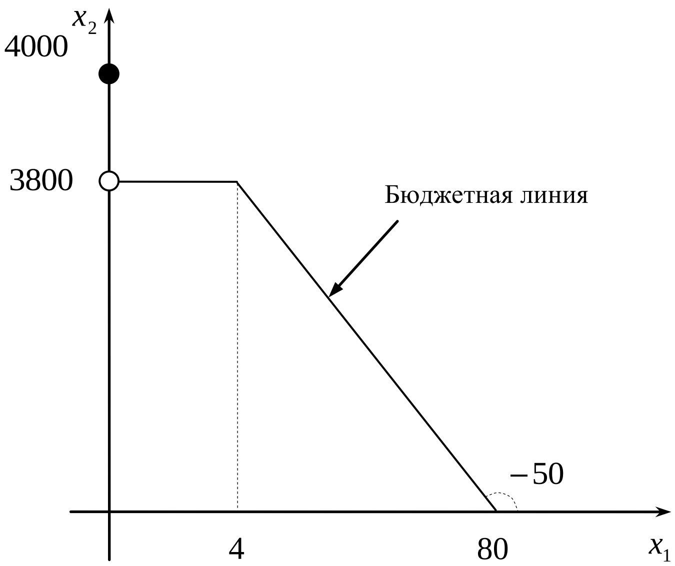


Рис. 2

(в) Поскольку в январе 6 упаковок чипсов достались школьнику бесплатно, то в январе расходы на чипсы составили $100 \cdot (10 - 6) = 400$ д.е.. После такой покупки на все остальное у школьника осталось 3 600 д.е.

В феврале расходы на 10 упаковок составят $200 + 50 \cdot (10 - 4) = 500$ д.е. А значит расходы на все остальное были бы равны 3 500 д.е. Следовательно, как схематично показано на рисунке ниже, выбор января недоступен в феврале. Но так как в феврале есть наборы, недоступные в январе, ничего об изменении благосостояния сказать нельзя.

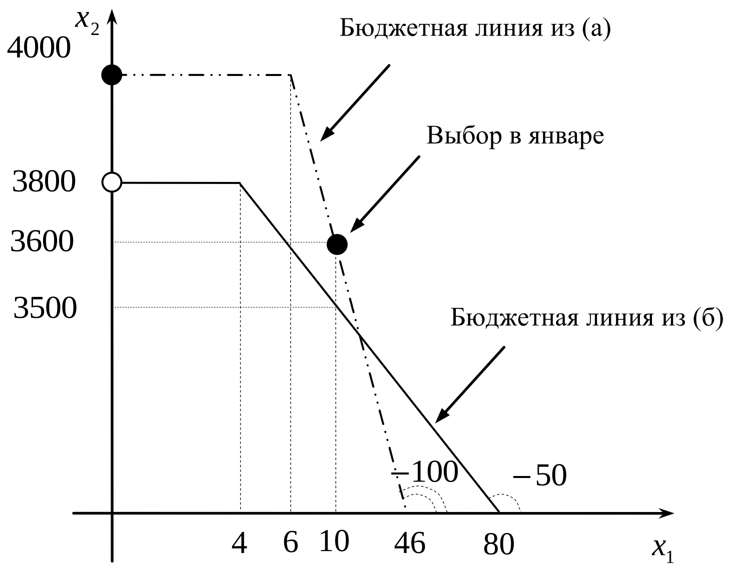


Рис. 3

На рис. 4 изображена гипотетическая ситуация, когда благосостояние школьника снизилось (при предположении, что существует единственный оптимальный набор в каждом месяце), так как в феврале он вынужден приобрести набор, который был доступен в январе, но которым он пренебрег.

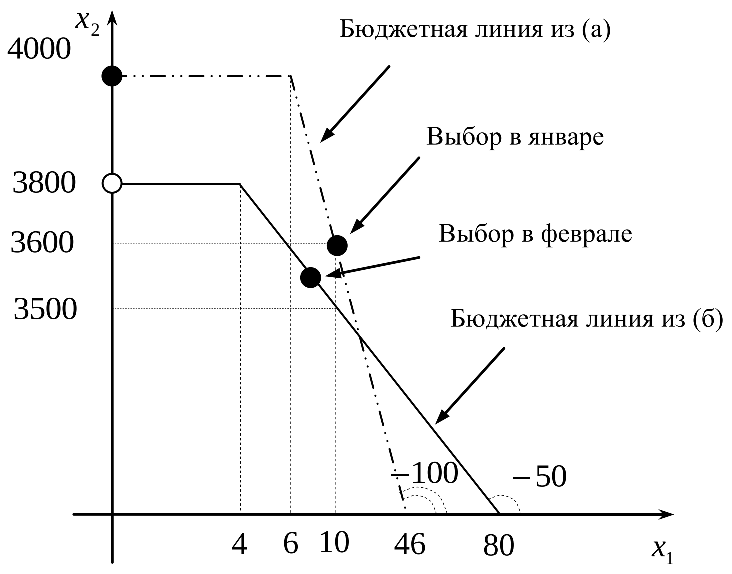


Рис. 4

На рис. 5 изображена ситуация, когда невозможно ничего сказать об изменении благосостояния. Поскольку выбор в январе недоступен в феврале, а выбор февраля недоступен в январе, то невозможно использовать принцип выявленных предпочтений для оценки изменения благосостояния школьника. Его благосостояние могло как возрасти, так и снизиться.

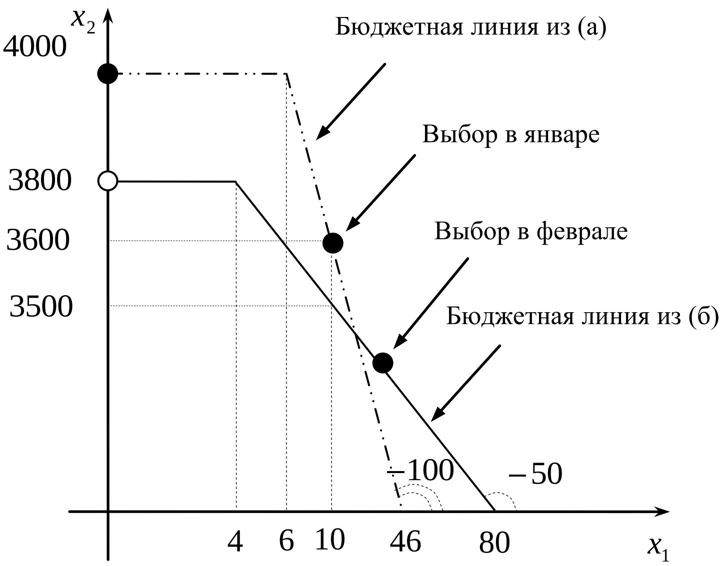


Рис. 5

2. Моющие средства Domosteon (D) и Meteorite (M) имеют схожие характеристики, поэтому спрос на средства соответствующих брендов зависит и не только от цены, установленной брендом, но и от цены конкурента. Пусть функции спроса имеют вид $y_D = a - p_D + p_M$ и $y_M = a - p_M + p_D$, $a > 0$. Функции издержек производителей одинаковы: $c_j(y_j) = cy_j$, $j = \{D, M\}$, $c > 0$.

(а) Предположим, производители конкурируют одновременно и независимо назначая цены. Найдите равновесные цены и прибыли фирм. Приведите графическую иллюстрацию (в пространстве цен).

(б) Предположим теперь, что владелец Domosteon в интервью на канале «Дом и семья» объявил, что цена на продукцию его фирмы составит $\tilde{p}_D$, о чем, разумеется, стало известно конкурентам. После чего производитель Meteorite установил цену на свою продукцию. Найдите цены и прибыли фирм. Кто из фирм окажется в лучшем положении? Покажите, что в пространстве цен равновесие характеризуется касанием изопрофиты фирмы Domosteon и кривой реакции фирмы Meteorite. Объясните этот результат. Приведите графическую иллюстрацию.

Решение.[1]

(а) Рассмотрим задачу максимизации прибыли фирмы Domosteon:

$$(p_D - c)(a - p_D + p_M) \to \max_{p_D \geq 0}.$$

[1] Левина Е.А., Покатович Е.В. Микроэкономика: задачи и решения. М.:ГУ-ВШЭ. 2007, задача 12, стр. 399.

Условия первого порядка этой задачи имеют вид: $a+c-2p_D+p_M \le 0$ и $a+c-2p_D+p_M=0$, если $p_D>0$. Заметим, что $p_D=0$ не удовлетворяет условиям первого порядка, которые в данном случае являются необходимыми и достаточными (поскольку функция прибыли первой фирмы строго вогнута по своей цене). Действительно, при $p_D=0$ из условий первого порядка следует, что $p_D \le -(a+c)<0$, однако цены не могут быть отрицательными. Таким образом, функция реакции фирмы Domosteon будет следующей: $p_D=\dfrac{a+c+p_M}{2}$. Аналогично, функция реакции фирмы Meteorite имеет вид: $p_M=\dfrac{a+c+p_D}{2}$.

Равновесные цены являются решением следующей системы (пересечение графиков функций реакций, см. рис.1):

$$\begin{cases} p_D=\dfrac{a+c+p_M}{2} \\ p_M=\dfrac{a+c+p_D}{2} \end{cases}.$$

Откуда находим $p_D^*=p_M^*=a+c$. Равновесные прибыли фирм составляют $\pi_D^*=\pi_M^*=a^2$.

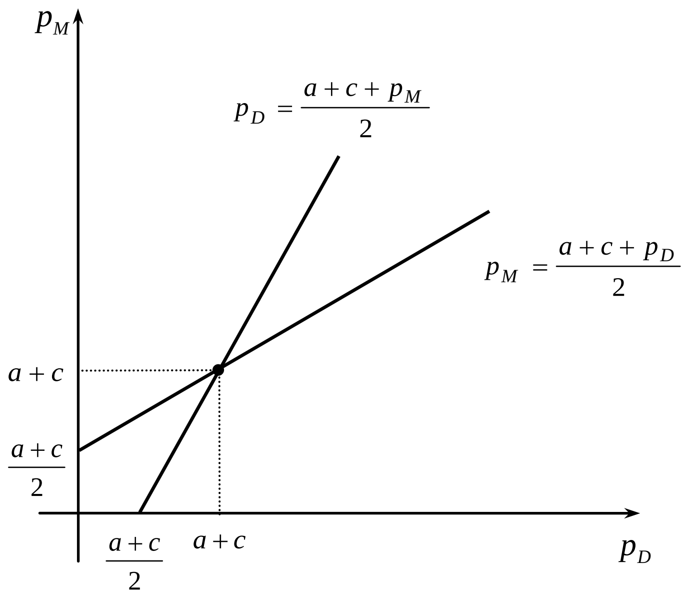


Рис. 1

(б) Фирма Domosteon, объявив свою цену, стала лидером. Поскольку игра теперь динамическая,

найдем равновесие с помощью обратной индукции, рассмотрев сначала задачу максимизации прибыли фирмы Meteorite при произвольной объявленной цене фирмы Domosteon. Решая эту задачу, найдем функцию реакции второй фирмы – она будет такой же как в п.(а): $p_M = \dfrac{a + c + p_D}{2}$. Затем подставим эту функцию реакции в задачу максимизации фирмы Domosteon: $(p_D - c)\left(\dfrac{3a + c}{2} - \dfrac{p_D}{2}\right) \to \max\limits_{p_D \ge 0}$, откуда получим цену, объявленную владельцем Domosteon: $\tilde{p}_D = \dfrac{3a + 2c}{2}$. Подставив эту цену в функцию реакции фирмы Meteorite, получим цену, максимизирующую прибыль фирмы Meteorite: $\tilde{p}_M = \dfrac{a + c + \tilde{p}_D}{2} = \dfrac{5a + 4c}{4}$. Тогда равновесная прибыль производителей моющих средств составит $\tilde{\pi}_D = \dfrac{9a^2}{8}$ и $\tilde{\pi}_M = \dfrac{25a^2}{16}$. Поскольку $\tilde{\pi}_M = \dfrac{25a^2}{16} > \dfrac{9a^2}{8} = \tilde{\pi}_D$, то в данной модели преимущество имеет та фирма, которая делает ход второй, зная выбор конкурента.

Покажем теперь, что изопрофита фирмы Domosteon в равновесии касается графика функции реакции Meteorite. В пространстве цен семейство изопрофит первой фирмы Domosteon описывается уравнением $\pi_D^{const} = (p_D - c)(a - p_D + p_M)$ или $p_M = \dfrac{\pi_D^{const}}{p_D - c} + p_D - a$. Наклон изопрофит в пространстве, где p_D откладывается по оси абсцисс, а p_M – по оси ординат, составляет $\dfrac{dp_M}{dp_D} = 1 - \dfrac{\pi_D^{const}}{(p_D - c)^2}$. В равновесной точке наклон изопрофиты фирмы Domosteon равен $\left.\dfrac{dp_M}{dp_D}\right|_{\tilde{p}_D, \tilde{p}_M} = 1 - \dfrac{\tilde{\pi}_D}{(\tilde{p}_D - c)^2} = 1 - \dfrac{36a^2}{72a^2} = \dfrac{1}{2}$. Наклон прямой реакции второй фирмы также равен $\dfrac{1}{2}$. Таким образом, равновесие, найденное в пункте (б), характеризуется касанием изопрфиты фирмы Domosteon и графика функции реакции фирмы Meteorite (см. рис. 2).

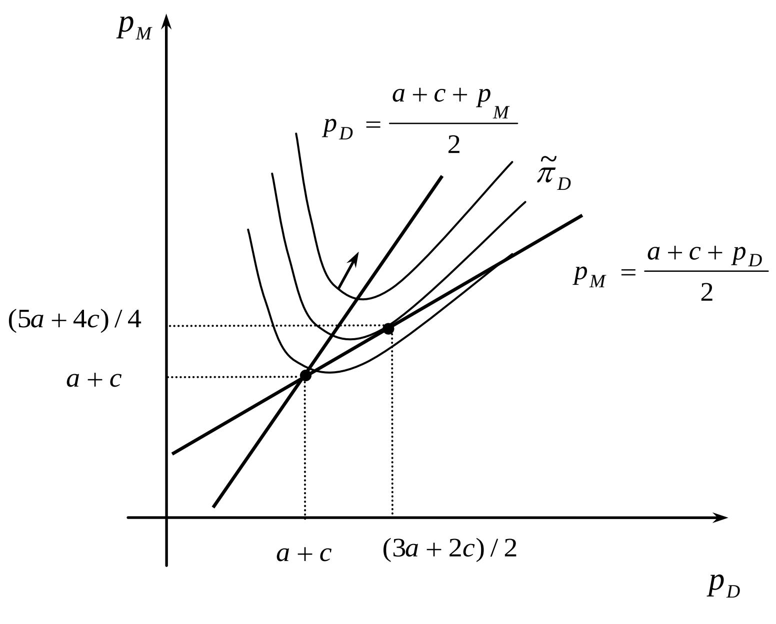


Рис. 2.

Объясним полученный результат. Фирма Meteorite, устанавливающая цену второй, выбирает лучший ответ на объявленную цену фирмы Domosteon, а значит точку, лежащую на графике функции реакции. Следовательно, фирма Domosteon должна определить, какая из этих точек принесет ей максимальную прибыль. Чем выше изопрофита, тем большему уровню прибыли фирмы Domosteon она соответствует. Таким образом, максимальная прибыль фирмы Domosteon достигается в точке касания ее изопрофиты и кривой реакции.

3. Рассмотрите недискриминирующего монополиста, обратная функция спроса на продукцию которого имеет вид $p(y) = 12 - y$, а функция издержек $c(y) = \alpha y^2$, где $\alpha > 0$. Известно, что выпуск монополиста положителен, при этом величина чистых потерь (DWL) составляет 1,5. Чему равно значение параметра α? Приведите графическую иллюстрацию, на которой укажите выпуск монополиста, выпуск отрасли при совершенной конкуренции, чистые потери (DWL).

Решение.

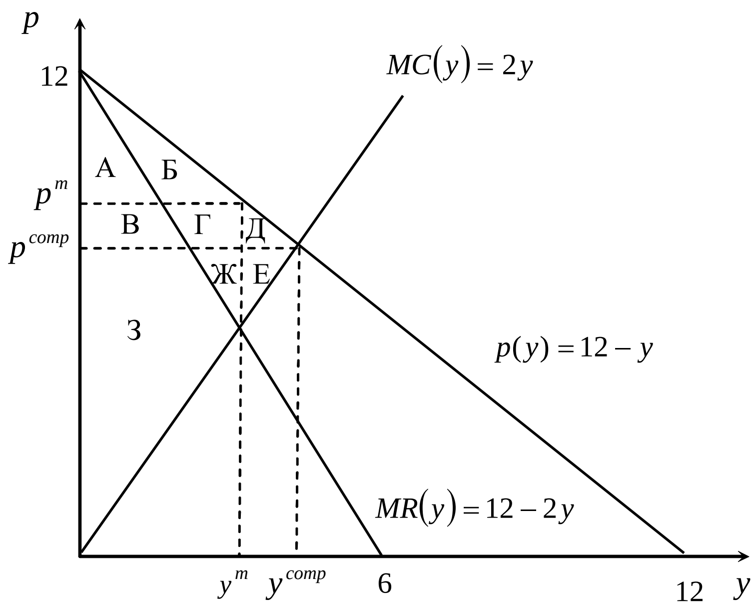
В равновесии при совершенной конкуренции благосостояние репрезентативного потребителя (общества) максимально. При недискриминирующей монополии благосостояние репрезентативного потребителя снижается. Разность между значением индикатора благосостояния в оптимальном состоянии и значением индикатора в другом состоянии экономики (в частности в том, в котором экономика оказывается при монополизации рынка) называется чистыми потерями.

Найдем равновесный выпуск совершенно конкурентной отрасли, функция предложения которой совпадает с предельными издержками монополиста. Чтобы найти выпуск в равновесии при совершенной конкуренции приравниваем обратную функцию спроса и обратную функцию предложения $12 - y = 2\alpha y$, откуда найдем равновесный выпуск $y^{comp} = \dfrac{12}{1+2\alpha}$. Равновесная цена в этом случае $p^{comp} = \dfrac{24\alpha}{1+2\alpha}$.

Монополист осознает, каким образом его выпуск влияет на цену. Поэтому задача недискриминирующего монополиста имеет вид: $\pi^m(y) = \underbrace{\overbrace{(12-y)}^{p(y)}y}_{\text{выручка (доход)}} - \underbrace{\alpha y^2}_{\text{издержки}} \to \max\limits_{y \geq 0}$.

Положительный выпуск удовлетворяет условию первого порядка $12 - 2y - 2\alpha y = 0$. Таким образом, выпуск, максимизирующий прибыль монополиста, удовлетворяет условию $MR(y) = MC(y)$, где $MR(y) = 12 - 2y$ – это предельная выручка (предельный доход) монополиста, $MC(y) = 2\alpha y$ – предельные издержки. (Если при некотором выпуске выполнено $MR(y) < MC(y)$, то монополист может увеличить прибыль, снизив выпуск на малую величину, так как в этом случае издержки снизятся на большую величину, чем снизится выручка. Соответственно, при $MR(y) > MC(y)$ монополисту следует увеличить выпуск, поскольку выручка возрастет на бо́льшую величину, чем издержки.) Условие первого порядка задачи монополиста является не только необходимым, но и достаточным, поскольку целевая функция вогнута: $\left(\pi^m(y)\right)'' = -2(1+\alpha) < 0$. Из условия первого порядка найдем выпуск монополиста $y^m = \dfrac{6}{1+\alpha}$. Подставив монопольный выпуск в функцию спроса, получим монопольную цену $p^m = 12 - \dfrac{6}{1+\alpha} = \dfrac{6(1+2\alpha)}{1+\alpha}$.

На рисунке изображены графики обратной функции спроса, $p(y)$, предельных издержек, $MC(y)$, предельной выручки монополиста, $MR(y)$, а также отмечены выпуск совершенно конкурентной отрасли, функция предложения которой совпадает с предельными издержками монополиста, y^{comp}, цена при совершенной конкуренции, p^{comp}, выпуск недискриминирующего монополиста, y^m, цена при монополии, p^m.



По рисунку заполним следующую таблицу.

	Совершенная конкуренция	Монополия
Излишек потребителя (CS)	А+Б+В+Г+Д	А+Б
Излишек производителя (PS)	Е+Ж+З	В+Г+Ж+З
Значение индикатора общественного благосостояния	А+Б+В+Г+Д+Е+Ж+З	А+Б+В+Г+Ж+З
Чистые потери (DWL)	–	Д+Е

Таким образом, значение чистых потерь равно сумме площадей треугольников Д и Е.

Высота треугольника, площадь которого равна чистым потерям, составит $y^{comp} - y^{m} = \frac{12}{1+2\alpha} - \frac{6}{1+\alpha} = \frac{6}{(1+2\alpha)(1+\alpha)}$. Основание этого треугольника составляет $\underbrace{\frac{6(1+2\alpha)}{1+\alpha}}_{p^m} - \underbrace{2\alpha\frac{6}{1+\alpha}}_{c'(y^m)} = \frac{6}{1+\alpha}$. Площадь треугольника равна $\frac{1}{2}\frac{6}{(1+2\alpha)(1+\alpha)}\frac{6}{1+\alpha} = \frac{3}{2}$. После преобразований получим $2\alpha^3 + 5\alpha^2 + 4\alpha - 11 = 0$, откуда $\alpha = 1$ ($(\alpha-1)\underbrace{(2\alpha^2 + 7\alpha + 11)}_{>0} = 0$).

4. Верно ли, что производители неизбежно выиграют при введении минимальной цены на их продукцию?

Решение.

Покажем, что утверждение неверно, рассмотрев совершенно конкурентную отрасль в квазилинейной экономике.

Введение минимальной цены схематично проиллюстрировано на рисунках ниже.

y^{comp} – выпуск совершенно конкурентной отрасли до вмешательства государства, p^{comp} – цена до вмешательства государства. Государство устанавливает минимальную цену, $p^{\min}$, выше рыночной (в противном случае эта мера не имеет смысла, так как на рынке установится цена p^{comp}, которая будет больше минимальной), $y^{p_{\min}}$ – объем, который по цене $p^{\min}$ готовы приобрести потребители.

Сумма площадей фигур Б и В равна излишку производителя до вмешательства государства. Сумма площадей фигур А и Б равна излишку производителя после установления минимальной цены выше рыночной. В зависимости от соотношения площадей фигур А и В производитель может выиграть (на рис. 1) или проиграть (рис. 2).

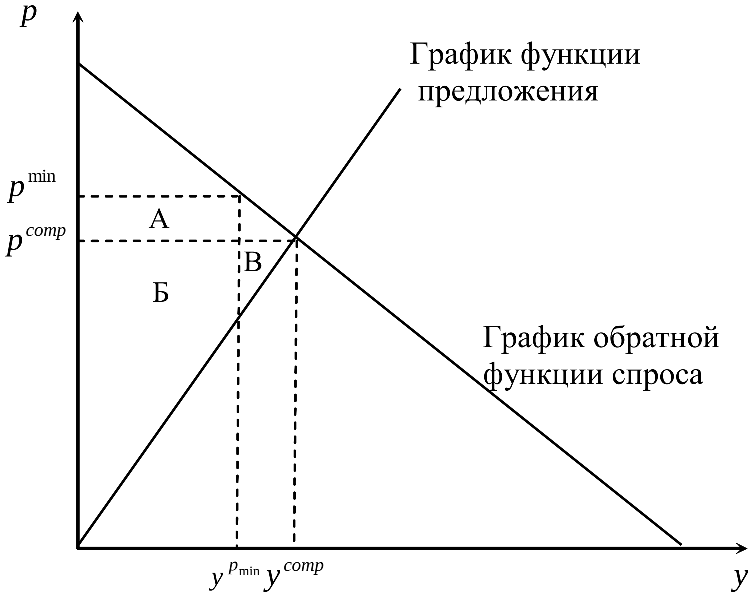


Рис. 1

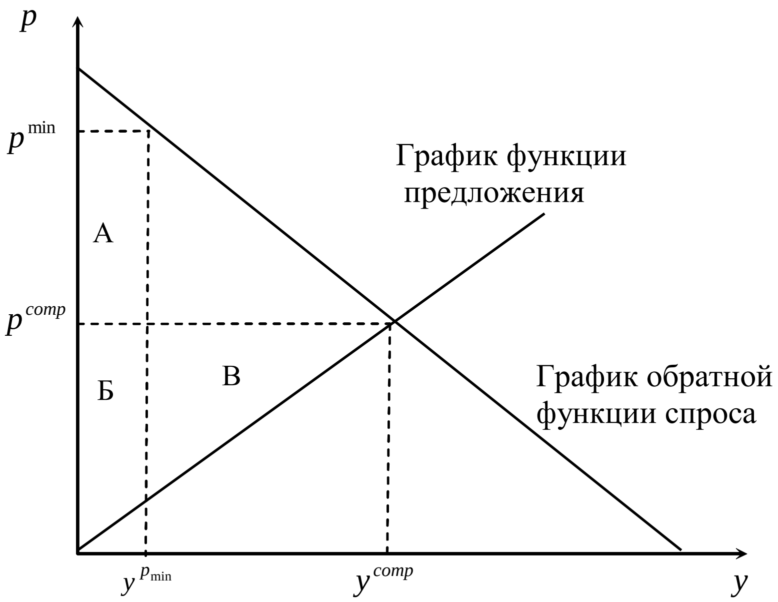


Рис. 2.

5. Рассмотрите экономику обмена с двумя благами (1 и 2) и двумя потребителями (A и B)., предпочтения которых описываются функциями полезности $u^A(x^A) = \left(x_1^A x_2^A\right)^2$ и $u^B(x^B) = x_1^B x_2^B$, соответственно. Здесь x_i^k означает объем потребления блага i потребителем k, $i = \{1, 2\}$, $k = \{A, B\}$. Потребители не имеют фиксированного дохода, но располагают первоначальными запасами благ: $\omega^A = (\omega_1^A, 4)$ и $\omega^B = (6, 4)$. Если отношение цен в равновесии по Вальрасу $p_2 / p_1 = 5/4$, то каково значение параметра ω_1^A? Является ли равновесное распределение оптимальным по Парето?

Решение.

При равновесных ценах рынки должны быть уравновешены. Уравновесим, например, рынок первого блага. Предпочтения потребителей представимы функциями полезности Кобба-Дугласа. Потребители с такими предпочтениями тратят фиксированную долю дохода на каждое благо. В случае, если степени, в которые возводятся переменные, обозначающие объемы потребления благ, одинаковы, потребитель тратит половину дохода на каждое благо. Таким образом, спрос потребителя A на первое благо $x_1^A\left(p_1, p_2\right) = \dfrac{p_1\omega_1^A + p_2\omega_2^A}{2p_1} = \dfrac{\omega_1^A}{2} + \dfrac{\omega_2^A p_2}{2p_1}$. Аналогично, спрос B на первое благо: $x_1^B\left(p_1, p_2\right) = \dfrac{p_1\omega_1^B + p_2\omega_2^B}{2p_1} = \dfrac{\omega_1^B}{2} + \dfrac{\omega_2^B p_2}{2p_1}$.

Условие уравновешенности рынка первого блага: $\underbrace{\frac{\omega_1^A}{2}+\frac{\omega_2^A p_2}{2p_1}}_{x_1^A(p_1,p_2)}+\underbrace{\frac{\omega_1^B}{2}+\frac{\omega_2^B p_2}{2p_1}}_{x_1^B(p_1,p_2)}=\omega_1^A+\omega_1^B$.

Подставляя значения, которые заданы в условии, получим $\omega_1^A=4$.

Проверять, будет ли при найденном значении ω_1^A уравновешен рынок второго блага, не нужно, поскольку предпочтения, представимые функцией Кобба-Дугласа, монотонны, а значит в экономике выполнен закон Вальраса. Следовательно, если уравновесить один из двух рынков, другой будет уравновешен автоматически.

Ответим теперь на вопрос, является ли оптимальным по Парето равновесное распределение. Как уже было сказано выше, предпочтения обоих потребителей монотонны. Таким образом, в рассматриваемой экономике выполнена первая теорема благосостояния. Это означает, что равновесное распределение оптимально по Парето.

Заметим, что ответить на вопрос об оптимальности равновесного распределения можно и не ссылаясь на первую теорему благосостояния, хотя рассуждения в этом случае будут более громоздкими. Коротко изложим этот вариант ответа. Можно найти равновесное распределение (все компоненты которого окажутся положительными) и воспользоваться дифференциальной характеристикой внутреннего Парето-оптимального распределения $MRS_{12}^A(\hat{x}^A)=MRS_{12}^B(\hat{x}^B)$. В общем случае равенство предельных норм замещения является только необходимым условием для внутреннего оптимального по Парето распределения, но так как предпочтения, представимые функциями полезности Кобба-Дугласа, на внутренних наборах строго выпуклы и строго монотонны, то в рассматриваемой экономике это условие является также и достаточным для внутренних распределений. Кроме того, что внутреннее Парето-оптимальное распределение должно удовлетворять указанной характеристик, оно должно быть допустимым. Допустимость равновесного распределения следует из определения равновесия.